Algèbre :

Exercice 1 :

1) L'image de 5 par la fonction f est $f(5) = -7 \times 5 = -35$; celle de -3 est $f(-3) = -7 \times (-3) = 21$; celle de 10 est $f(10) = -7 \times 10 = -70$ et celle de $\frac{1}{5}$ est $f\left(\frac{1}{5}\right) = -7 \times \frac{1}{5} = -\frac{7}{5}$.

2) On cherche la nombre x ayant pour image 49 par f, c'est-à-dire tel que $f(x) = 49$; or pour tout nombre x, on a $f(x) = -7x$

Par conséquent, $-7x = 49$ soit $x = -\frac{49}{7} = -7$.

Bilan : le nombre ayant pour image 49 par f est -7.

Sur le même modèle, on peut trouver que le nombre ayant pour image -13 par f est $\frac{13}{7}$; celui ayant pour image 28 par f est -4

Exercice 2 :

1) f étant une fonction linéaire, on a $f(x) = ax$ où a est le nombre à déterminer.

On a donc d'une part $f(4) = 7$ et d'autre part $f(4) = 4a$

Donc $4a = 7$, soit $a = \frac{7}{4}$ et par conséquent la fonction linéaire f est définie par $f : x \to \frac{7}{4}x$

2) g étant une fonction linéaire, on a $g(x) = ax$ où a est le nombre à déterminer.

On a donc d'une part $g(-10) = 1$ et d'autre part $g(-10) = -10a$

Donc $-10a = 1$, soit $a = -\frac{1}{10}$ et par conséquent la fonction linéaire f est définie par $f : x \to -\frac{1}{10}x$

Exercice 3 :

1) On regroupe les données dans le tableau suivant

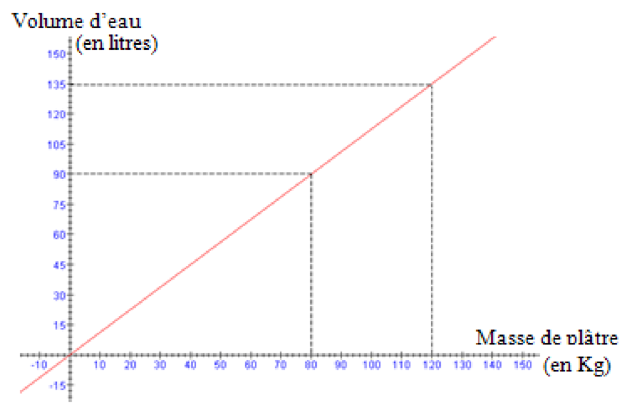
Volume d'eau (en litres)	45	y
Masse de plâtre (en kilogrammes)	40	x

Ainsi, le processus permettant de passer de x à y est de multiplier par $\frac{45}{40}$, soit $\frac{9}{8}$.

Bilan : $y = \frac{9}{8}x$

2) Voir ci-contre

2) La fonction qui à x associe y est linéaire puisqu'elle traduit une situation de proportionnalité.



3) Graphiquement, on trouve que la masse de plâtre à mélanger à 90 L d'eau est d'environ 80 kg.

Par le calcul, cela revient à chercher le nombre ayant pour image 90 par la fonction linéaire $f : x \to \frac{9}{8}x$

On cherche la nombre x ayant pour image 90 par f, c'est-à-dire tel que $f(x) = 90$; or pour tout nombre x, on a $f(x) = \frac{9}{8}x$. Par conséquent, $\frac{9}{8}x = 90$ soit $x = 90 \times \frac{8}{9} = 80$.

Bilan : Il faut exactement 80 kg de plâtre lorsqu'on utilise 90 L d'eau.

4) La méthode la plus est TOUJOURS le calcul *(car la méthode graphique est à l'appréciation du lecteur)*

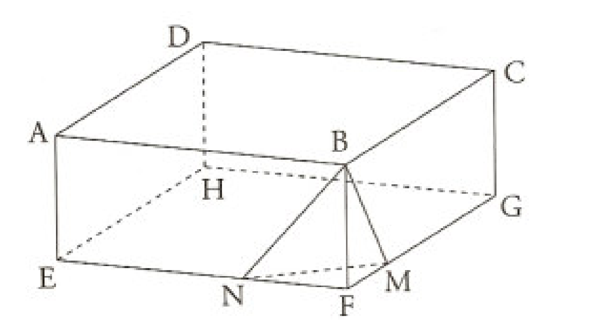
5) Il s'agit ici d'une situation de proportionnalité. Or puisque l'on peut enduire 6 m^2 avec 25 kg de plâtre, pour enduire 18 m^2 (soit 3 fois plus), il faudra trois fois plus de plâtre. C'est-à-dire 75 kg de plâtre.

De plus, il faudra alors compter deux sacs de 40 kg pour en avoir assez.

Géométrie :

Exercice 4 :

1) Comme ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle, ses 6 faces sont des rectangles et donc le triangle NFM est rectangle en F.



Recherche de NM :

Dans le triangle NFM rectangle en F,

D'après le Théorème de Pythagore, on a :

$$NM^2 = NF^2 + FM^2$$

On remplace alors par les valeurs numériques :

$$NM^2 = 4^2 + 3^2$$

Soit $NM^2 = 16 + 9 = 25$

Et , en utilisant la calculatrice (*Si nécessaire*), on trouve $NM = 5\ cm$

2) Comme le triangle NFM est rectangle, $Aire\ NFM = \frac{1er\ coté\ de\ l'angle\ droit \times 2nd\ côté\ de\ l'angledroite}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6\ cm^2$

3) $V_{pyramide} = \frac{1}{3} \times aire\ base\ \times hauteur = \frac{1}{3} \times 6 \times\ 3 = 6\ cm^3$

4) a. Le solide obtenu a 7 faces
b. $V_{ABCDENMGH} = V_{ABCDEFGH} - V_{pyramide} = 12 \times 9 \times 3 - 6 = 324 - 6 = 318\ cm^3$

Exercice 5 :
1) Dans le triangle ABC rectangle en A,
D'après le Théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

On remplace alors par les valeurs numériques :

$$BC = 400^2 + 300^2$$

Soit $NM^2 = 160\ 000 + 90\ 000 = 250\ 000$
Et , en utilisant la calculatrice (*Si nécessaire*), on trouve $NM = 500\ m$

2) Recherche de la distance AE :
Comme $BE\ = 2\ AB$, on a : $BE = 2 \times 400 = 800\ m$
De plus, comme B appartient au segment $[AE]$, $AE = AB + BE = 400 + 800 = 1\ 200\ m$

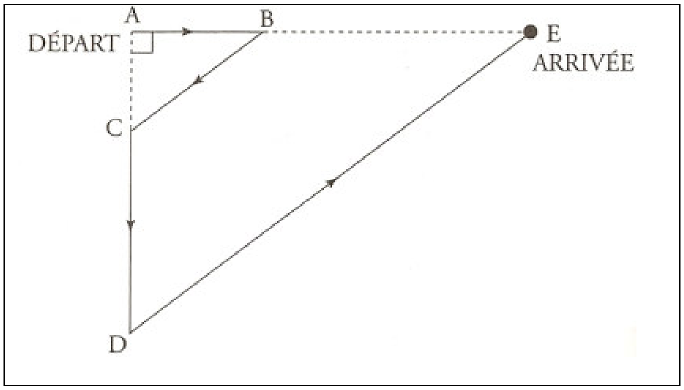
Recherche de la longueur CD :
Dans les triangles ABC et ADE,
Comme
- → $(BC)\ //\ (DE)$
- → B appartient au segment $[AE]$
- → C appartient au segment $[AD]$

Alors, d'après la propriété de Thalès, on a l'égalité des quotients :

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

On remplace alors par les valeurs numériques :

$$\frac{400}{1\ 200} = \frac{300}{AD} = \frac{500}{DE}$$



Ainsi, $AD = \frac{1\ 200 \times\ 300}{400} = 900\ m$ et comme C appartient à $[AD]$, $CD = AD - AC = 900 - 300 = 600\ m$

3) De même, $DE = \frac{1\ 200 \times 500}{400} = 1\ 500\ m$

4) Il ne reste plus alors qu'à vérifier que la longueur du parcours est bien égale à $3\ 000\ m$

Or $Longueur_{parcours} = AB + BC + CD + DE = 400 + 500 + 600 + 1\ 500 = 3\ 000\ m$
(Bilan : Il n'y aucune erreur dans ce problème !)